



GỢI Ý ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

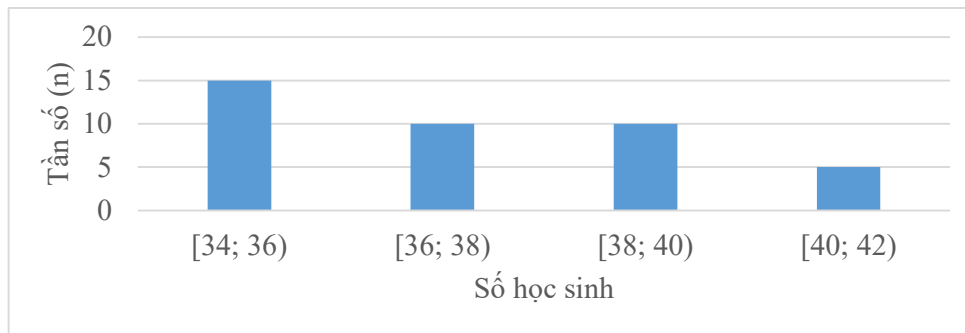
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ HÀ NỘI
MÔN TOÁN

Tổ Toán – Hệ thống giáo dục HOCMAI

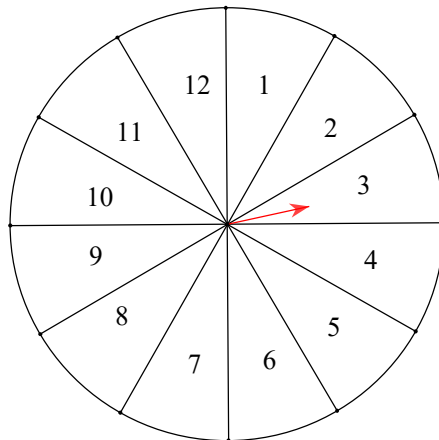
Bài I. (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra số học sinh trong 40 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40; 42)$.

2) Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 12 phần bằng nhau và ghi các số $1, 2, 3, \dots, 11, 12$; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố M : "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho 4". Tính xác suất của biến cố M .



**Hướng dẫn**

1) Bảng tần số ghép nhóm

Số học sinh	[34;36)	[36;38)	[38;40)	[40;42)
Tần số (n)	15	10	10	5

Tần số ghép nhóm của nhóm [40;42) là 5.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40;42) là: $f = \frac{5 \cdot 100}{15 + 10 + 10 + 5} \% = 12,5\%$ 2) Tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là: $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 12\}$.Số phần tử của tập hợp Ω là 12.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố M là: 4; 8; 12. Do đó có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố M.

Vậy xác suất của biến cố M là: $P(M) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.**Bài II. (1,5 điểm)** Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+3}{4-x}$ với $x > 0, x \neq 4$.1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4}$.3) Xét biểu thức $P = AB$. Chứng minh $P < P^2$.**Hướng dẫn**1. Thay $x=9$ (thỏa mãn $x > 0, x \neq 4$) vào A ta được: $A = \frac{9-4}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$.2. Ta có: $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+3}{4-x}$ 

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{2\sqrt{x}+3}{4-x} \\
 &= \frac{3(\sqrt{x}+2)}{x-4} - \frac{2\sqrt{x}+3}{x-4} \\
 &= \frac{3\sqrt{x}+6-2\sqrt{x}-3}{x-4} \\
 &= \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} \text{ (đpcm).}
 \end{aligned}$$

3. Xét biểu thức $P = AB$ ta có: $P = \frac{x-4}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$.

Để chứng minh $P < P^2$ ta chứng minh $P - P^2 < 0$

$$\begin{aligned}
 P - P^2 &= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} - \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} \right)^2 \\
 &= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} - \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{x} \\
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (\sqrt{x}+3)^2}{x} \\
 &= \frac{x+3\sqrt{x} - (x+6\sqrt{x}+9)}{x} \\
 &= \frac{-3\sqrt{x}-9}{x} \\
 &= -\frac{3\sqrt{x}+9}{x}
 \end{aligned}$$

Vì $x > 0$ nên $\frac{3\sqrt{x}+9}{x} > 0$ suy ra $-\frac{3\sqrt{x}+9}{x} < 0$ hay $P - P^2 < 0$ (đpcm).

Bài III. (2,5 điểm)

1) Bác Tiến chia số tiền 400 triệu đồng của mình cho hai khoản đầu tư. Sau một năm, tổng số tiền lãi thu được là 27 triệu đồng. Lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 6% / năm và khoản đầu tư thứ hai là 8% / năm. Tính số tiền bác Tiến đầu tư cho mỗi khoản.



2) Một tổ sản xuất có kế hoạch làm 300 sản phẩm cùng loại trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ đã làm được nhiều hơn 10 sản phẩm so với số sản phẩm dự định làm trong mỗi ngày theo kế hoạch. Vì thế tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đã làm được trong mỗi ngày là bằng nhau).

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 3x + a = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Hướng dẫn

1) Gọi số tiền khoản đầu tư thứ nhất là: x (triệu đồng, $0 < x < 400$).

Số tiền lãi của khoản đầu tư thứ nhất là: $x \cdot \frac{6}{100} = 0,06x$ (triệu đồng).

Số tiền khoản đầu tư thứ hai là: $400 - x$ (triệu đồng).

Số tiền lãi của khoản đầu tư thứ hai là: $(400 - x) \cdot \frac{8}{100} = 32 - 0,08x$ (triệu đồng).

Tổng số tiền lãi thu được là 27 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$0,06x + (32 - 0,08x) = 27$$

$$0,02x = 5$$

$$x = 250 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số tiền bác Tiến đầu tư cho khoản thứ nhất là 250 triệu đồng.

Số tiền bác Tiến đầu tư cho khoản thứ hai là $400 - 250 = 150$ triệu đồng.

2) Gọi số sản phẩm một ngày tổ làm được theo kế hoạch là x (sản phẩm, $x > 0, x \in \mathbb{N}$).

Số ngày theo kế hoạch làm xong 300 sản phẩm là: $\frac{300}{x}$ (ngày).

Số sản phẩm thực tế tổ sản xuất làm được trong một ngày là: $x + 10$ (sản phẩm).

Số ngày thực tế làm xong 300 sản phẩm là: $\frac{300}{x + 10}$ (ngày).

Tổ hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:





$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$$

$$\frac{300(x+10)}{x(x+10)} - \frac{300x}{x(x+10)} = \frac{x(x+10)}{x(x+10)}$$

$$300x + 3000 - 300x = x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x - 3000 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Ta có } \Delta' = 5^2 - 1 \cdot (-3000) = 3025 > 0; \sqrt{\Delta'} = 55.$$

Vì $\Delta' > 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-5+55}{1} = 50 \text{ (thỏa mãn điều kiện); } x_2 = \frac{-5-55}{1} = -60 \text{ (không thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm 50 sản phẩm.

3) Vì phương trình có một nghiệm $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ nên thay vào ta được:

$$\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3-\sqrt{5}}{2} + a = 0$$

$$\frac{9-6\sqrt{5}+5}{4} - \frac{9-3\sqrt{5}}{2} + a = 0$$

$$\frac{14-6\sqrt{5}}{4} - \frac{18-6\sqrt{5}}{4} + a = 0$$

$$-1 + a = 0$$

$$a = 1.$$

Thay $a = 1$ vào phương trình ta được: $x^2 - 3x + 1 = 0$.

$$\text{Ta có } \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0.$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó theo Viète ta có $x_1 + x_2 = 3; x_1 x_2 = 1$.

Tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên là:



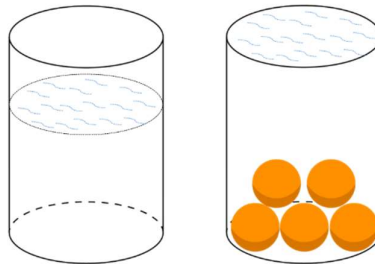


$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3^2 - 2 \cdot 1 = 8.$$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm của phương trình là 8.

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một ly nước dạng hình trụ có chiều cao là 15 cm , đường kính đáy là 5 cm , lượng nước tinh khiết trong ly cao 10 cm . Ly nước được đặt cố định trên mặt bàn phẳng như hình vẽ dưới đây.



- a) Tính thể tích lượng nước tinh khiết được chứa trong ly.
- b) Người ta thả vào ly nước 5 viên bi hình cầu giống hệt nhau, có cùng thể tích, đồng chất và ngập hoàn toàn trong nước, làm nước trong ly dâng lên đúng bằng miệng ly, không tràn ra ngoài. Hỏi thể tích của mỗi viên bi là bao nhiêu xăng-ti-mét khối? (Giả sử độ dày của ly là không đáng kể).

2) Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ điểm M đến đường thẳng BC .

- a) Chứng minh bốn điểm O, M, H, B cùng thuộc một đường tròn.
- b) Hai đường thẳng MB và OH cắt nhau tại E . Chứng minh $\widehat{MHO} = \widehat{MNA}$ và $ME \cdot MH = BE \cdot HC$.
- c) Gọi P là giao điểm của hai đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC . Chứng minh điểm C, P, E là điểm thẳng hàng.

Hướng dẫn

1)

- a) Thể tích lượng nước trong ly là:





$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 10 = 62,5\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

b) Thẻ tích ly là:

$$V_2 = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 15 = 93,75\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

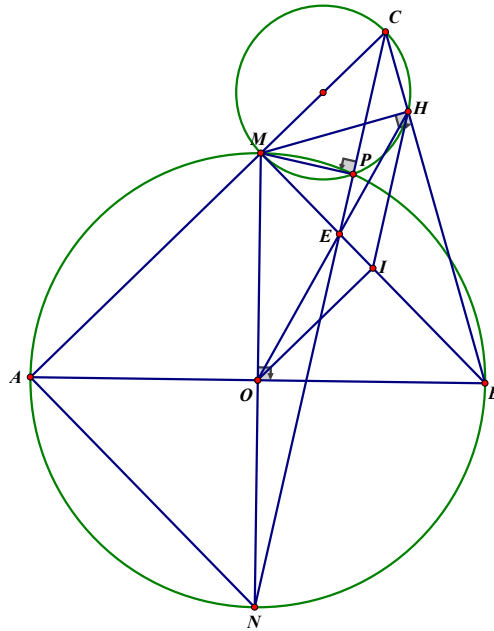
Thẻ tích 5 viên bi là:

$$V_2 - V_1 = 93,75\pi - 62,5\pi = 31,25\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thẻ tích 1 viên bi là: $31,25\pi : 5 = 6,25\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$



2)



a) Gọi I là trung điểm MB . Ta có:

$\triangle MOB$ vuông tại O nên $IM = IB = IO$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông)

$\triangle MHB$ vuông tại H nên $IM = IB = IH$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông)

Từ đây suy ra $IM = IB = IH = IO$ hay 4 điểm O, M, H, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Theo (a) O, M, H, B cùng thuộc một đường tròn nên $OMHB$ là tứ giác nội tiếp nên

$\widehat{MHO} = \widehat{MBO} = 45^\circ$ (do $\triangle MOB$ vuông cân tại O)

Mà $\triangle OAN$ cũng vuông cân tại O nên $\widehat{ONA} = 45^\circ = \widehat{MNA}$. Từ đây suy ra

$\widehat{MHO} = \widehat{MNA} = 45^\circ$.

Xét $\triangle MHB$ vuông tại H có $\widehat{MHO} = 45^\circ = \widehat{MHE} = \widehat{BHE}$ nên suy ra HE là phân giác của $\widehat{MHB}$.

Hay $\frac{MH}{HB} = \frac{ME}{BE}$ (1).

Xét hai tam giác vuông $\triangle MBH$ và $\triangle CMH$ có $\widehat{MBH} + \widehat{BMH} = 90^\circ$ và $\widehat{BMH} + \widehat{HMC} = 90^\circ$.

Từ đây suy ra $\widehat{MBH} = \widehat{HMC}$ nên $\triangle MBH$ đồng dạng $\triangle CMH$



Suy ra $\frac{MH}{BH} = \frac{CH}{MH}$ (2)

Từ (1) + (2) suy ra $\frac{ME}{BE} = \frac{CH}{MH}$ hay $ME \cdot MH = BE \cdot HC$.

c) Nối P với N ta thấy rằng $\widehat{MPC} = \widehat{MPN} = 90^\circ$ (đều là 2 góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên C, P, N thẳng hàng. (*)

Theo (b) ta có $\triangle MHC$ đồng dạng $\triangle BMC$ nên $\frac{HC}{HM} = \frac{MC}{BM} = \frac{MC}{BN}$ (do $\triangle BMN$ cân)

Suy ra: $\frac{MC}{BN} = \frac{ME}{BE}$. Mà $\widehat{EBN} = \widehat{EMC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle MCE \sim \triangle BNE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{BEN}$, mà

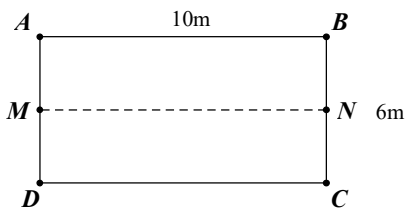
$\widehat{MEC} + \widehat{BEC} = 180^\circ$ (do 3 điểm M, E, B thẳng hàng) (**)

$\Rightarrow \widehat{BEC} = 180^\circ \Rightarrow 3$ điểm C, E, N thẳng hàng (**)

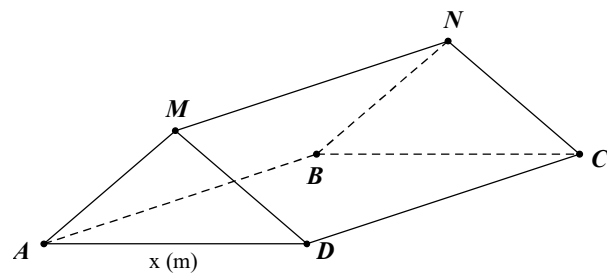
Từ (*) và (**) suy ra 4 điểm C, P, E, N thẳng hàng suy ra 3 điểm C, P, E thẳng hàng (đpcm)

Bài V. (0,5 điểm)

Trong buổi thăm quan dã ngoại, mỗi lớp khối 9 được chuẩn bị một tấm bạt hình chữ nhật $ABCD$ cùng loại, có chiều dài $10m$ và chiều rộng $6m$; với M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC (hình 1).



Hình 1



Hình 2

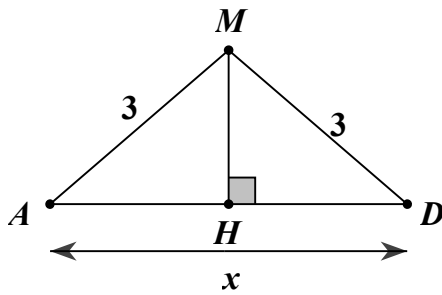
Mỗi lớp sử dụng tấm bạt như trên để dựng thành chiếc lều có dạng hình lăng trụ đứng tam giác (hình 2); hai đáy hình lăng trụ là hai tam giác cân: tam giác AMD và tam giác BNC , với độ dài cạnh đáy của hai tam giác cân này là $x(m)$. (Tấm bạt chỉ sử dụng để dựng thành hai mái lều, không trải thành đáy lều).

Tìm x để thể tích không gian trong lều là lớn nhất.





Hướng dẫn



Điều kiện: $x > 0$.

Gọi H là trung điểm của AD suy ra $AH = HD = \frac{x}{2}(m)$.

Vì $\triangle AMD$ cân tại M có MH là đường trung tuyến nên MH cũng là đường cao, do đó $MH \perp AD$.

Ta có: $AM = MD = \frac{AD}{2} = 3(m)$.

Xét $\triangle MHD$ vuông tại H , áp dụng định lý Pythagore:

$$MH^2 + HD^2 = MD^2$$

$$MH = \sqrt{MD^2 - HD^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\text{Diện tích } \triangle AMD \text{ là: } S = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} \cdot x (m^2).$$

$$\text{Thể tích không gian trong lều là } V = S \cdot h = S \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} \cdot x \cdot 10 = 5 \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} \cdot x (m^3).$$

$$\text{Ta có: } 0 \leq \left(\sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} - \frac{x}{2} \right)^2 = 9 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} - 2 \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} \cdot \frac{x}{2}$$

$$\text{Suy ra } 2 \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} \cdot \frac{x}{2} \leq 9 \text{ hay } \sqrt{\left(9 - \frac{x^2}{4}\right) \cdot \frac{x^2}{4}} \leq \frac{9}{2}$$

Do đó:





$$V = 5\sqrt{9 - \frac{x^2}{4}} \cdot x = 10\sqrt{\left(9 - \frac{x^2}{4}\right) \cdot \frac{x^2}{4}} \leq 10 \cdot \frac{9}{2} = 45$$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $9 - \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{4}$ suy ra $x^2 = 18$ suy ra $x = 3\sqrt{2}$ (do $x > 0$).

Vậy $x = 3\sqrt{2} (m)$ để thể tích không gian trong lều là lớn nhất và bằng $45 m^3$.

Nguồn: Hệ thống giáo dục HOCMAI

